

QUAND LA ROUE NE TOURNE PLUS ROND...

Par Monsieur MASUREL

A - INTRODUCTION ET HISTORIQUE

Le cercle n'est qu'un cas particulier de l'ensemble extrêmement vaste des courbes planes. Cet article se propose d'étendre à une courbe quelconque le principe d'une des plus anciennes inventions de nos sociétés : LA ROUE.

Il ne s'agit donc pas d'examiner tous les moyens d'utiliser la roue circulaire classique, celle dont le fonctionnement semble évident à chacun d'entre nous ; mais plutôt de créer d'autres systèmes dont la roue ne serait que le plus simple des cas particuliers.

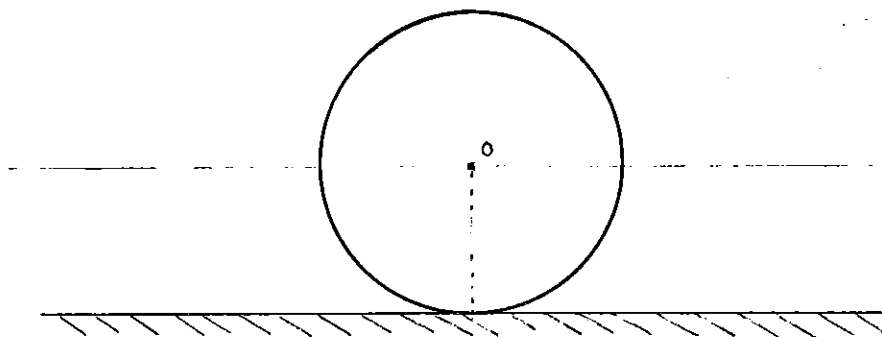
Le cercle se définit comme l'ensemble des points d'un plan équidistants d'un point fixe appelé centre ; la distance se nomme le rayon. Nous disons "un cercle de rayon R".

C'est apparemment cette propriété qui est utilisée dans le problème technique dont la solution la plus performante est la roue.

Nous savons que certaines civilisations américaines (Aztèques, Mayas, Incas,...) ne connaissaient pas cette technique, cela tendrait à montrer qu'elle n'est pas évidente en soi ; qu'elle représente le résultat d'une certaine recherche empirique. Il semble que la roue ait vu le jour au cours du II^{ème} millénaire avant J.C probablement en Asie mineure. Sans doute y a-t-il eu plusieurs étapes pour aboutir à cette invention : forme, axe, moyeu, puis chariot attelé mû par la force animale etc.... Il est possible qu'elle soit née en plusieurs endroits différents au sein de plusieurs civilisations...

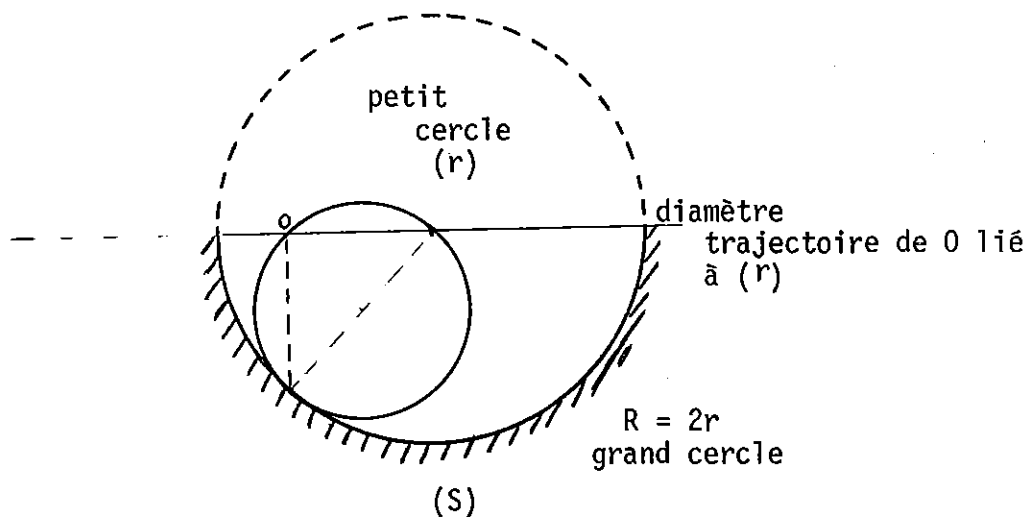
Certaines sociétés n'ont jamais senti la nécessité de créer une pareille solution technique au problème du transport. On voit mal, en effet, comment les habitants des régions arctiques auraient pu utiliser la roue, les skis des traîneaux permettaient d'obtenir un meilleur résultat sur la neige ou la glace que la roue qui n'a théoriquement qu'un seul point de contact avec le sol.

La roue a été inventée pour un sol plat, dur, non glissant, horizontal, il est difficile de l'utiliser dans un escalier. Son efficacité exige la douceur de variation du relief, l'absence de bosses trop nettes et de points anguleux.



Nous voici arrivés au coeur de notre propos : comment réaliser des roues adaptées au profil des routes et du relief ? A cette embarrassante question, une recherche à travers l'histoire des mathématiques apporte quelques éléments de réponse, en particulier dans les travaux de certains

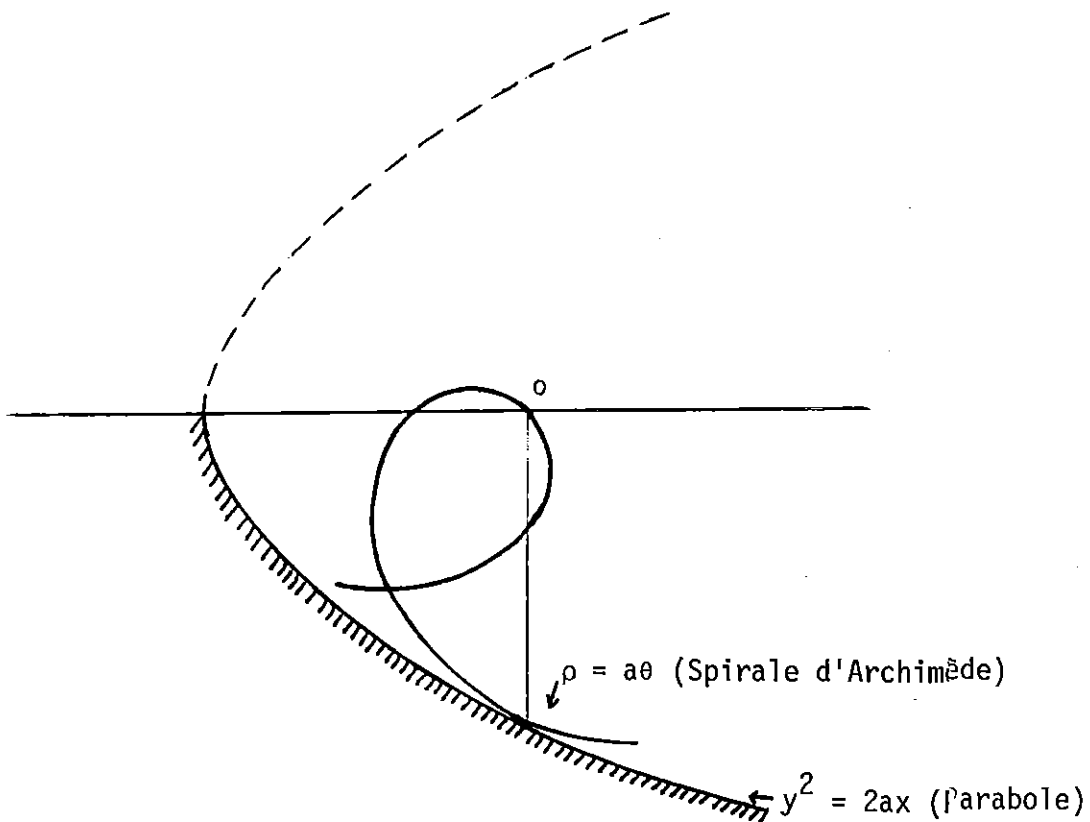
géomètres du XVII^{ème} siècle avec quelques préparatifs annonciateurs au cours de la Renaissance. Dans les oeuvres de COPERNIC(1473-1543) et de CARDAN (1501-1576) se trouve en effet le théorème suivant : "Si un petit cercle roule sans glissement à l'intérieur d'un cercle dont le diamètre est double du premier alors le lieu d'un point sur la circonférence du petit cercle est un segment de droite : le diamètre du plus grand cercle". Cette propriété porte parfois le nom d'engrenage de LAHIRE (1640-1718).



On peut considérer ce premier exemple comme celui d'une roue circulaire dont le moyeu aurait été déporté à la périphérie roulant sur un sol en forme d'arc de cercle.

Près d'un siècle plus tard, dans les travaux de CAVALIERI (1598-1647) Grégoire DE ST VINCENT (1584-1667) et ROBERVAL (1602-1675) on trouve un autre exemple analogue. Ces auteurs avaient remarqué l'égalité des longueurs d'arc de la Parabole $y^2 = 2ax$ et de la Spirale d'ARCHIMEDE (287-212) : $\rho = a.\theta$, en coordonnées polaires, entre le sommet de chacune

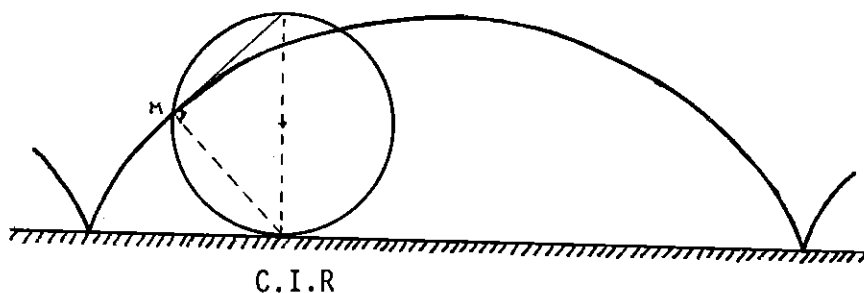
de ces courbes et le point où $y = \rho$. Il est fort probable que c'est à travers la lecture des oeuvres d'Archimède, qui étudia avec soin chacune de ces courbes, que ces géomètres ont décelé cette analogie. Ils n'ont peut-être pas poussé leur recherche jusqu'au théorème que voici : "Si on fait rouler sans glissement une spirale d'Archimède $\rho = a\theta$ l'intérieur d'une Parabole fixe, d'équation $y^2 = 2ax$, et si à l'origine du mouvement les sommets des deux courbes coïncident alors le pôle 0 de la Spirale décrira l'axe de la parabole".



Il faut remarquer que dans ce cas il est nécessaire d'accepter l'interpénétration des profils de la parabole et de la Spirale d'Archimède car celle-ci effectue une infinité de tours autour du pôle.

D'autres auteurs, un peu plus tard ont généralisé l'analogie à des paraboles et Spirales paraboliques, d'équation de la forme : $y^n = a^p x^{n-p}$, $\rho = b\theta^k$. Il est possible de démontrer des théorèmes similaires à celui qui a été énoncé ci-dessus. James GREGORY (1638-1675) est probablement celui qui est allé le plus loin dans cette étude par des méthodes de géométrie synthétique puisque c'était à l'époque qui précéda l'invention du calcul infinitésimal par NEWTON (1643-1727) et LEIBNIZ (1646-1716). Traduites en langage analytique les idées de J. GREGORY sont celles qui vont être exposées sommairement par la suite.

Vers la même époque de nombreux grands esprits se penchaient sur le lieu décrit par un point de la périphérie d'un cercle roulant sur une droite et qu'on appelait "Roulette" (aujourd'hui cycloïde)



En effet Blaise PASCAL (1623-1662) caché derrière le pseudonyme d'Amos Detonville avait proposé ce problème, sous forme de concours, à ses contemporains.

On verra plus loin que la roulette sur une droite se rattache simplement au roulement des "Roues généralisées" à l'aide d'un théorème dû à J. STEINER (1796-1863), précisé plus tard par HABICH dans un article paru dans "Mathésis" en 1882. BESAN et HATON DE LA GOUPILLERE se sont aussi intéressés au problème général des roulettes lorsqu'une courbe quelconque roule sur une autre courbe quelconque, mais le début de l'étude remonte à 1638 avec René DESCARTES (1593-1650) qui indiqua la construction de la normale : elle passe par le centre instantané de Rotation (C.I.R.). HATON DE LA GOUPILLERE pose, en particulier, le problème suivant : "Déterminer la courbe (S) sur laquelle doit rouler une courbe donnée (R) pour qu'un point du plan de la deuxième décrive une droite donnée (D)". C'est le principe de l'étude qui va être abordé maintenant. Afin de simplifier les choses, le texte est complété par une série de figures indispensables pour comprendre intuitivement ce qui se passe. Le détail des démonstrations ne sera pas donné mais elles ne présentent pas de difficultés particulières ; le langage imagé est un choix qui permet d'insister sur l'analogie de fond existant entre la Roue que tout le monde connaît et ces "roues généralisées".

B - LES "ROUES GENERALISEES"

Enoncé du problème : On se donne à priori une courbe en coordonnées polaires $(0, \rho, \theta) : \rho = f(\theta)$ (R) appelée "Roue" et l'on se propose de déterminer une autre courbe (S) appelée "sol" de telle façon que la "Roue"

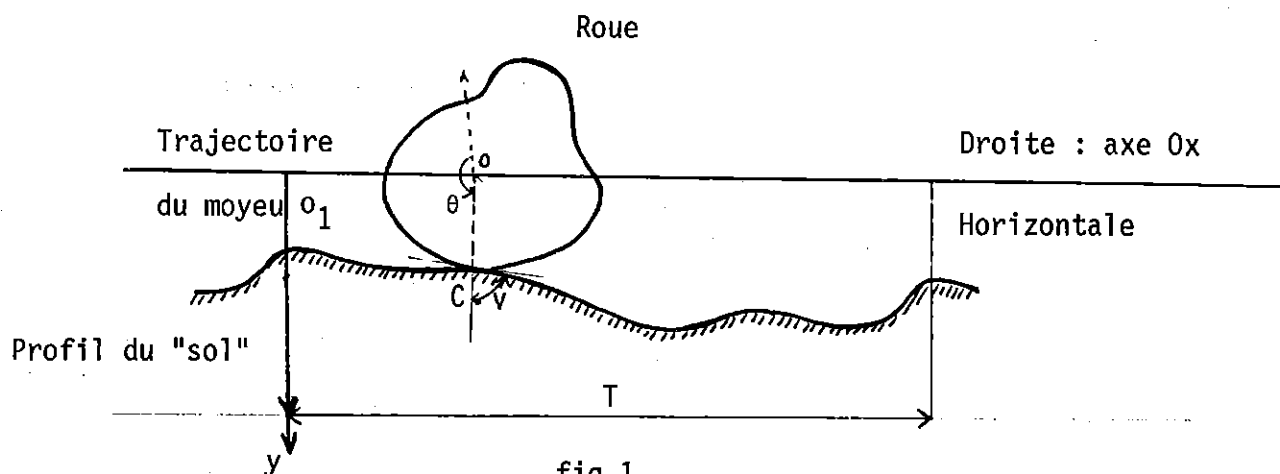


fig 1.

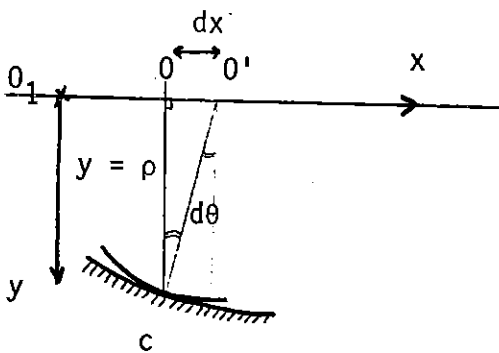
roulant sur le "sol" le pôle O (ou "moyeu" de la "Roue") décrit une droite donnée (horizontale pour simplifier). Voir figure 1 . Nous avons choisi pour cette figure un contour de roue fermé convexe et à tangente continue mais nous verrons plus loin que ces conditions ne sont pas nécessaires; si ces conditions ne sont pas vérifiées il faut accepter que les profils puissent s'interpénétrer. Ce qui ne gêne en rien le mathématicien habitué à passer outre les contraintes matérielles, mais représente une impossibilité physique pour le technicien. Il est vrai que sur le plan strictement théorique les équations se moquent bien de ce genre de considération.

Le mouvement de la Roue par rapport au sol est un mouvement plan sur plan. On peut montrer qu'à chaque instant dans le plan mobile lié à la roue il existe un point de vitesse nulle, ou fixe par rapport au sol, que l'on appelle Centre instantané de Rotation (C.I.R). Ce point n'est autre que le point de contact tangent entre la Roue et le sol (le point C sur la figure 1).

D'autre part chaque point de la Roue décrit une certaine trajectoire par rapport au sol (ou plan de base). La normale en chaque point

de ces trajectoires passe par le C.I.R correspondant (DESCARTES 1638)
(Ce dernier se déplace constamment et décrit "le sol" ou la base en langage de mouvement plan sur plan).

Si l'on veut que le "moyeu" O de la roue se déplace sur une droite donnée liée au plan du sol il faudra que la perpendiculaire à cette droite en O passe par le Centre Instantané de Rotation C . Choisissons la droite O_1Ox comme axe des x et O_1y perpendiculaire à Ox , origine d'une période de la courbe "le Sol". Le contour de la roue est défini dans un système de coordonnées polaires : $\rho = f(\theta)$; la relation $y = \rho$ est immédiate. En effectuant une rotation élémentaire $d\theta$ de la Roue on obtient une autre relation :



$dx = \rho \cdot d\theta$
$y = \rho$

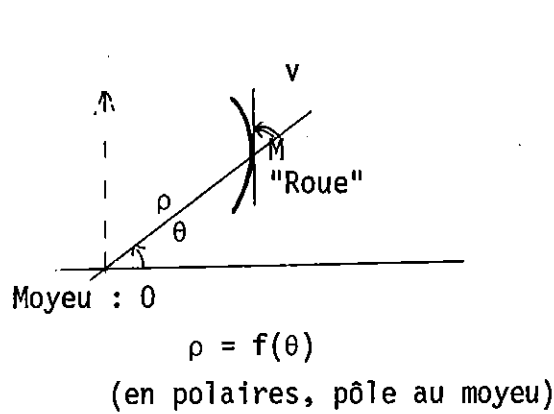
(1)

Ces équations sont à la fois d'une extrême simplicité dans l'écriture et d'une portée très générale : elles définissent la transformation de Grégory.

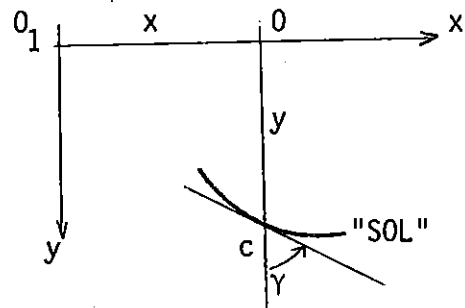
Cette transformation permet en premier lieu de déterminer l'équation du sol connaissant l'équation $\rho = f(\theta)$ de la Roue; c'est ce que j'ap-

pelle transformation directe de Gregory : T_G

Courbe appelée "Roue" (R) $\xrightarrow{T_G}$ Courbe appelée "SOL"



$$\begin{cases} y = \rho \theta \\ x - x_0 = \int \rho d\theta \end{cases} \quad \text{Equations paramétriques}$$



La relation $v = \gamma$

est une conséquence immédiate des relations (1)

La transformation de Gregory permet aussi le passage en sens inverse : connaissant l'équation du sol dans le repère O_1xy elle donne l'expression en coordonnées polaires de la Roue. C'est la transformation inverse

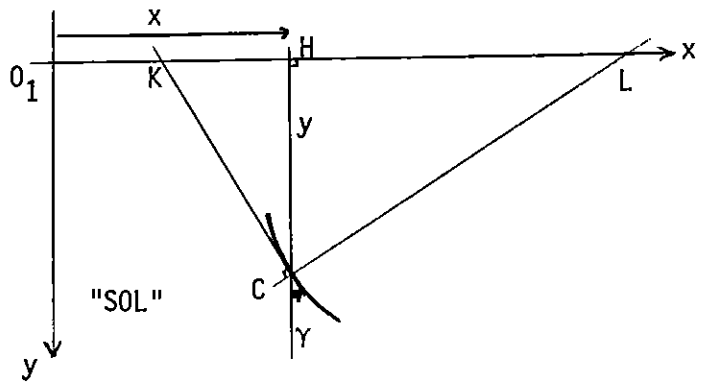
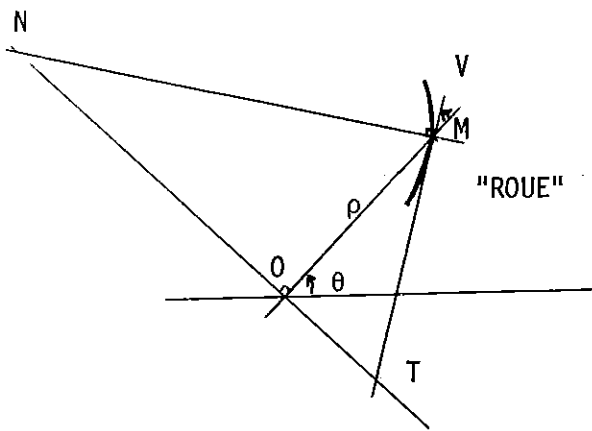
$$T_G^{-1} : \quad \text{"SOL" (S)} : \begin{cases} x(u) \\ y(u) \end{cases} \xrightarrow{T_G^{-1}} \begin{cases} \theta - \theta_0 = \int_{y_0}^u \frac{dx}{y} \\ \rho = y \end{cases} \quad \text{Equation polaire de la "ROUE"}$$

(u, paramètre)

Dans ces conditions le moyeu O de la Roue décrira l'axe des x lors du roulement sur le sol (sous certaines conditions initiales que nous supposons désormais vérifiées : $\rho_0 = y_0$)

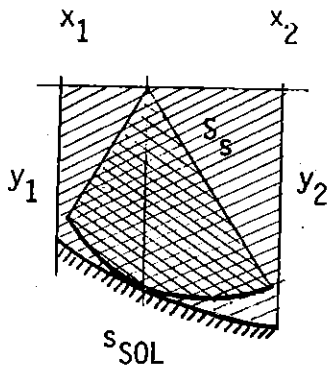
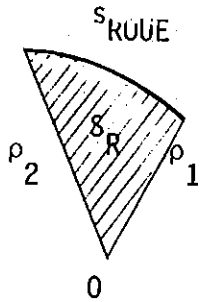
Propriétés générales des courbes se correspondant par la Transformation de Gregory.

Pour un couple de courbes associées "Roue" et "SOL" ; par la transformation de Gregory définie précédemment, il est possible de faire apparaître une série de correspondances analogiques entre certains éléments géométriques locaux (liés aux points M et C)



$$\left\{ \begin{aligned} \overline{ON} &= \rho'_{\theta} \\ \overline{OT} &= \frac{\rho^2}{\rho'_{\theta}} \\ \overline{MT}^2 &= \rho^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho'_{\theta}} \right)^2 \right] \\ \overline{MN}^2 &= \rho^2 + \rho'^2_{\theta} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{HL} &= yy'_x \\ \overline{HK} &= -\frac{y}{y'_x} \\ \overline{CK}^2 &= y^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{y'_x} \right)^2 \right] \\ \overline{CL}^2 &= y^2 [1 + y'^2_x] \end{aligned} \right.$$



ELEMENTS CORRESPONDANTS EGAUX	
Rayon Vecteur ρ $\rho d\theta$	Ordonnée : y dx
Arc s_R	Arc s_S
Aire S_R	$\frac{1}{2}$ (Aire S_S)
Tangente polaire (MT)	Tangente (CK)
Sous tangente polaire (OT)	Sous Tangente (HK)
Normale polaire (MN)	Normale (CL)
Sous normale polaire (ON)	Sous normale (HL)
Projection de ρ sur la normale	Projection de y sur la normale
Projection de ρ sur la tangente	Projection de y sur la tangente
(Autres éléments déduits de façon analogues à ceux définis ci-dessus)	

Ces éléments analogues sont strictement égaux entre deux points de chacune des courbes se correspondant par contact pendant le roulement.

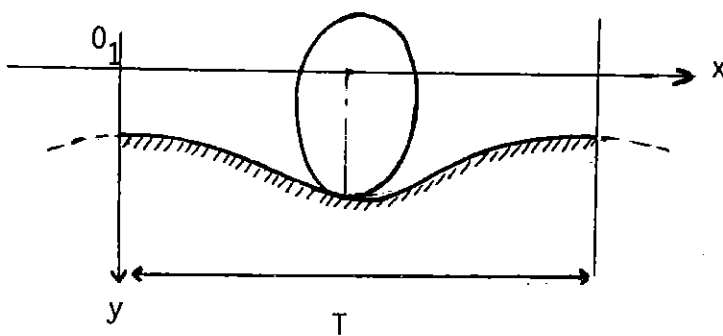
Remarque : Le pôle 0 et l'axe 0_1x jouent un rôle symétrique dans le plan de la roue et du sol, ce qui se traduit par la transformation d'un mouvement de rotation en translation.

Les démonstrations d'égalité des différents éléments correspondants reposent sur les uniques relations (1) chaque courbe transportant avec elle un triangle MTN pour la Roue, CKL pour le sol. L'égalité de ces triangles a lieu à l'endroit du contact tangentiel. L'égalité $s_R = s_S$ est conséquence du simple fait que ces courbes roulent l'une sur l'autre sans glissement.

On trouvera en fin de cet exposé le tableau de courbes simples classiques associées par la transformation de Gregory.

Le cas particulier des "Roues fermées" et convexes :

C'est évidemment celles qui présentent le plus grand intérêt puisque l'on peut les réaliser matériellement. Si l'on prend le problème direct : trouver la forme du sol connaissant celle de la Roue fermée convexe il n'y a aucune difficulté. Ce sol sera une fonction périodique (période T) de x : La Roue effectuera un tour par période du sol.



Par contre le problème inverse présente une indétermination dans le cas général arbitraire (C'est à dire pour une droite O_1x et un sol de période T donnés à priori) il n'y a pas nécessairement coincidence entre 1 tour de la Roue et une période du sol. Ceci explique la contrainte supplémentaire que l'on imposera à la courbe figurant le sol.

$$2\pi = \int_0^{2\pi} d\theta = \int_0^T \frac{dx}{y} \Leftrightarrow T = \int_0^T dx = \int_0^{2\pi} \rho d\theta \quad \text{et} \quad y(x) = y(x+T)$$

$$y'_+(0_+) = y'_-(0_-)$$

et $\forall \theta, \rho\theta = \rho(\theta + 2\pi)$

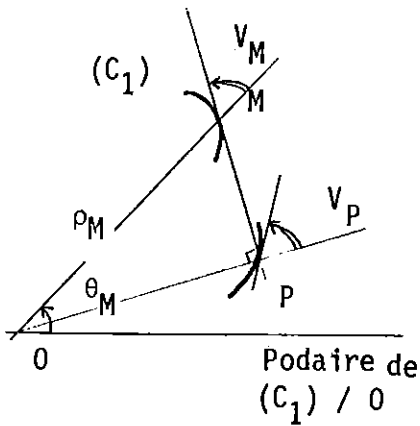
Cela signifie pour résumer, que si l'on se donne une "roue" convexe avec son "moyeu" on pourra toujours trouver un "sol" pour la faire rouler et la droite décrite par le moyeu en résultera immédiatement. Mais en général pour un "sol" donné a priori le contour de la Roue fait plusieurs tours autour du pôle (moyeu). La roue fermée convexe n'est qu'un cas très particulier qui peut intéresser les esprits pratiques : ils pourront se construire un grand nombre modèles variés en les découpant dans du carton. Vous trouverez plus loin dans la partie traitant des exemples divers quelques "Roues" inhabituelles.

Les roues les plus générales :

Le paragraphe précédent traitait le point de vue d'un technicien. Le cas le plus général n'exige plus que la continuité des courbes par morceaux : on tolérera les points anguleux, rebroussements, asymptotes, branches paraboliques, discontinuités locales etc... Des illustrations graphiques de ces "roues" et des "sols" correspondants sont données dans les tableaux en fin de cet article.

Les "Roues" et "Sols" généralisés sont l'objet d'un grand nombre de théorèmes parmi lesquels celui que nous allons énoncer maintenant.

Auparavant rappelons à ceux qui l'ont oublié ce qu'est la podaire d'une courbe par rapport au pôle 0 de son plan : c'est l'ensemble des projections orthogonales du point 0 sur les tangentes à la courbe.



En coordonnées polaires :

$$\text{si } M \quad \begin{cases} \rho_M \\ \theta_M \end{cases}$$

Le point correspondant P sur la Podaire

$$P : \quad \begin{cases} \rho_P \\ \theta_P \end{cases}$$

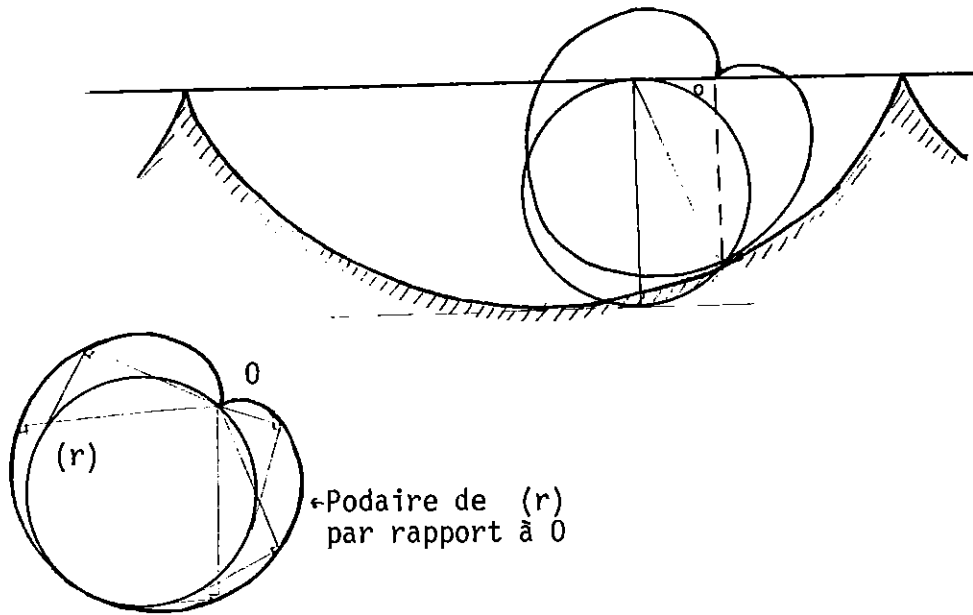
On peut montrer que $V_P = V_M$

Théorème de Steiner Habich

"Si une courbe (C) est décrite comme le lieu du pôle 0 d'une courbe (r) roulant sur une droite (D) donnée, alors la courbe (C) est le "sol" correspondant à une "roue" qui aurait pour contour la podaire par rapport 0 de (r), le lieu du moyeu de la roue étant la droite (D)!"

Prenons un exemple pour illustrer ce résultat : choisissons un cercle comme courbe (r), le pôle étant sur le cercle : donc $\rho = a \cos \theta$.

La roulette du pôle, on l'a vu, est une cycloïde (C), la podaire du cercle est la cardioïde $\rho = a \cos^2 \frac{\theta}{2}$ (donné sans démonstration).



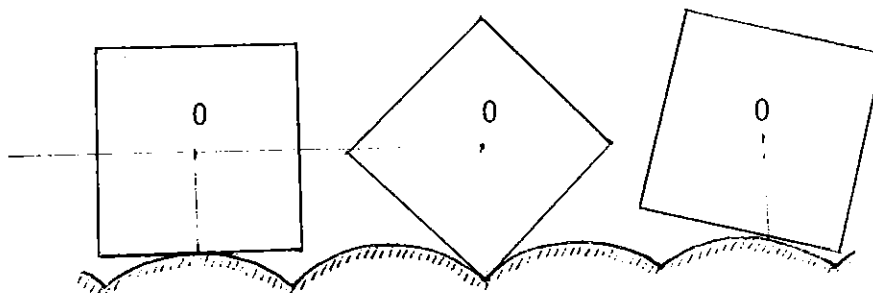
La cardioïde peut donc rouler à l'intérieur de la cycloïde de telle façon que son pôle décrive la droite (D).

C - EXEMPLES DIVERS

Après ces quelques pages un peu abstraites voici quelques illustrations de la théorie des roues. Elles montrent l'extrême variété des formes possibles pour la "Roue" et pour le "sol".

La deuxième série de ces exemples concerne des courbes mathématiques relativement classiques. Dans chacun des cas, seuls seront donnés le contour de la "roue" en polaires (ρ, θ) et la forme du "sol" en cartésiennes (x, y)

1) La roue carrée de côté a :



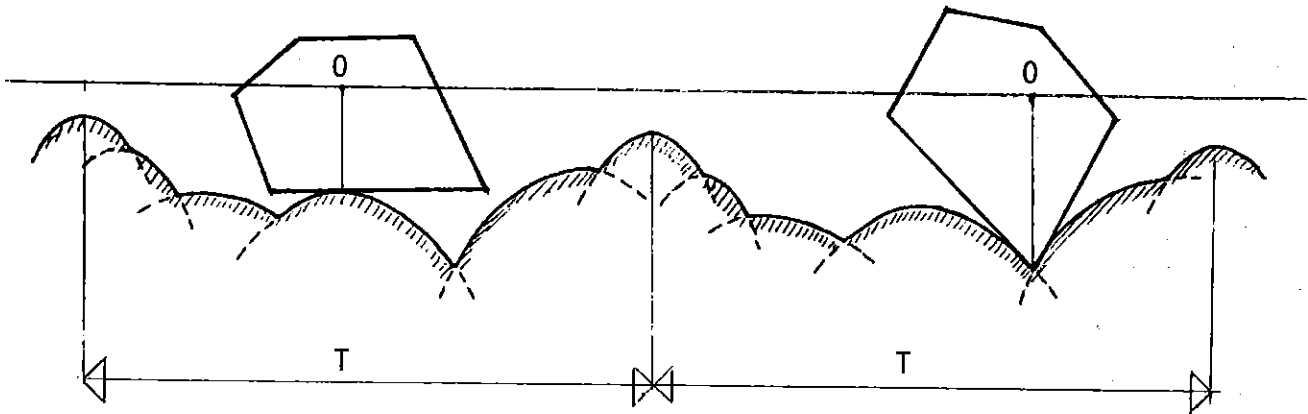
"ROUE" : segments de droite

$$\rho = \frac{a}{2\cos\theta}$$

"SOL" : arcs de Chaînette

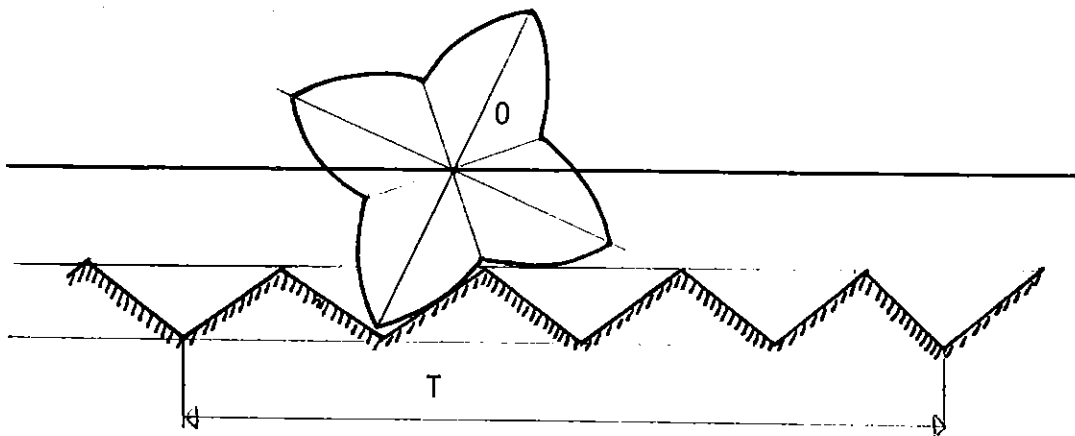
$$y = \frac{a}{2} \operatorname{ch} \frac{2x}{a}$$

2) La Roue polygonale convexe



- La roue est constituée de segments de droite (5 cotés)
 - Le sol d'arcs de chaînettes diverses (5)
- (C'est une généralisation de la "Roue Carrée").

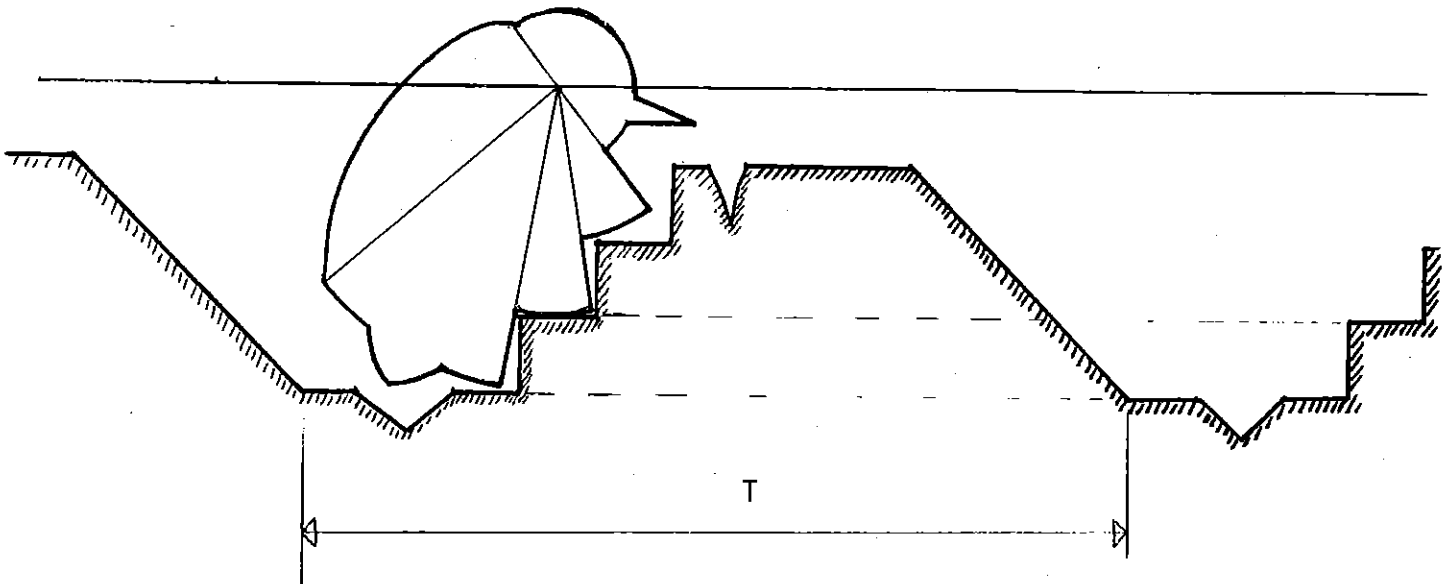
3) "Roue" pour rouler sur un sol en dents de scie



"ROUE" : 8 Arcs de spirale logarithmique : $\rho = ae^{k\theta}$

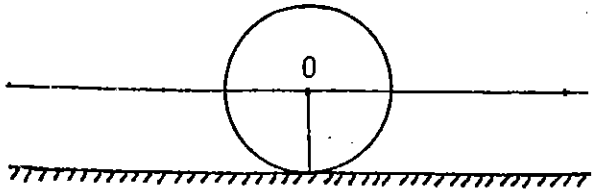
"SOL" : Segments de droite (8 par période) : $y = bx + c$

4) "Roue" pour grimper des escaliers et descendre des plans inclinés

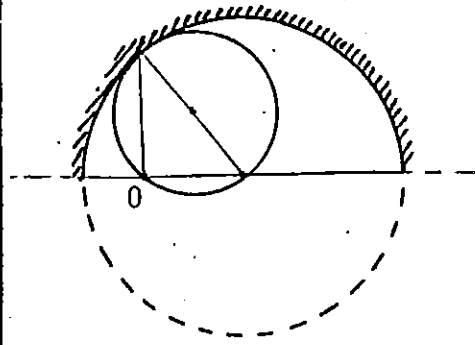


"Roue" : Arcs de cercles ou de spirales logarithmiques ($\rho = ae^{k\theta}$)

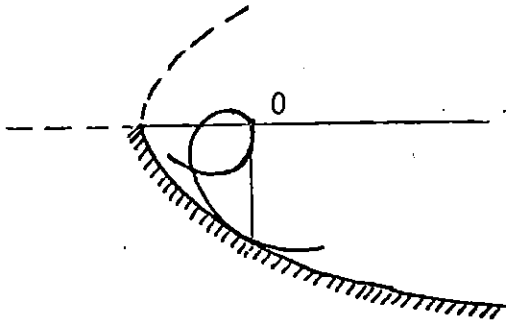
"Sol" : segments de droite ($y = bx + c$) et arcs de chaînettes.



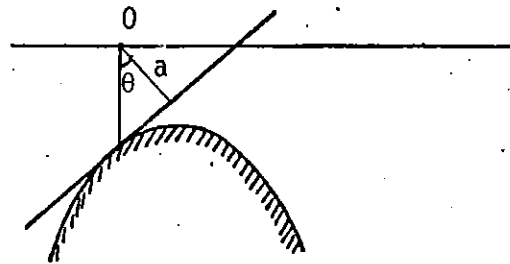
(R) : cercle $\rho = a$, (S) : Droite $y = a$



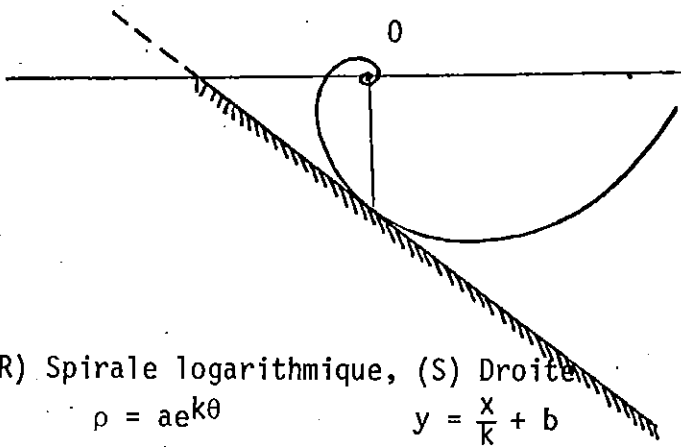
(R) : Cercle $\rho = a \cos \theta$: Cercle $\left\{ \begin{array}{l} x = a \sin \theta \\ y = a \cos \theta \end{array} \right.$



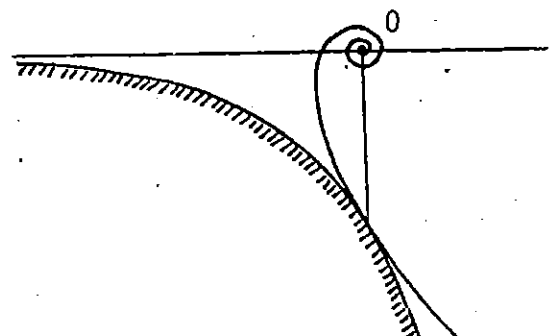
(R) Spirale d'Archimède, (S) Parabole $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{a}{2} t^2 \\ y = at \end{array} \right.$
 $\rho = a\theta$



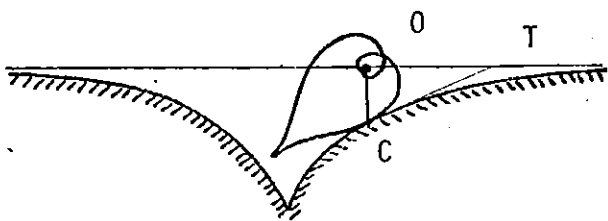
(R) : Droite $\rho = \frac{a}{\cos \theta}$, (S) chaînette : $y = a \cosh \frac{x}{a}$



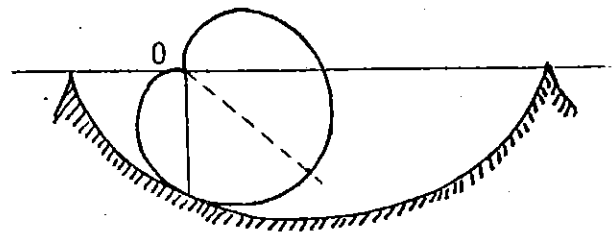
(R) Spirale logarithmique, (S) Droite
 $\rho = ae^{k\theta}$ $y = \frac{x}{k} + b$



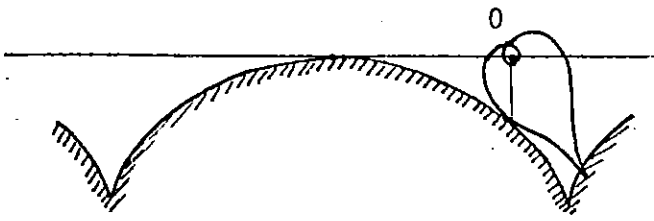
(R) Spirale Hyperbolique $\rho = \frac{a}{\theta}$,
(S) Exponentielle $y = ae^{\frac{x}{a}}$



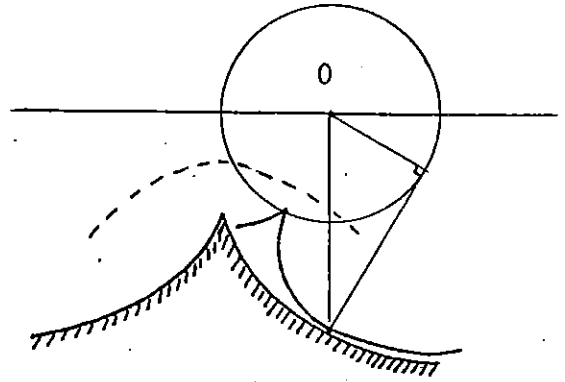
(R) Spirale Tractrice $\left\{ \begin{array}{l} \rho = a \cos u \\ \theta = \operatorname{tg} u - u \end{array} \right.$ (S) Tractrice $y = \frac{a}{\cosh \alpha}$
 $x = a(\alpha - \tanh \alpha)$
 $u = \operatorname{Gd}(\alpha)$, $-CT = a$



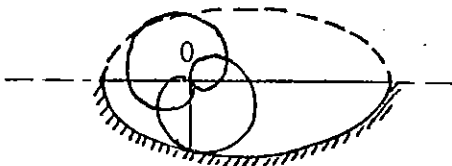
(R) Cardioïde : $\rho = a(1 + \cos \theta)$
 $(= 2a \cos^2 \frac{\theta}{2})$ (S) Cycloïde : $y = a(1 + \cos \theta)$
 $x = a(\theta + \sin \theta)$



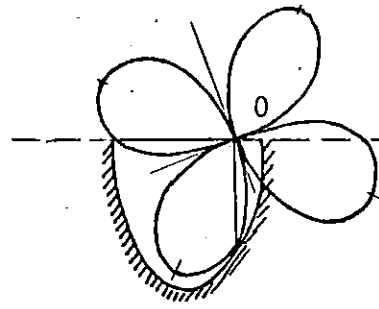
(R) Spirale $\begin{cases} \rho = 2a \cos^2 u \\ \theta = 2(\operatorname{tgu} - u) \end{cases}$ (S) Cycloïde $\begin{cases} y = 2a \cos^2 u \\ x = \frac{a}{2} (2u - \sin 2u) \end{cases}$



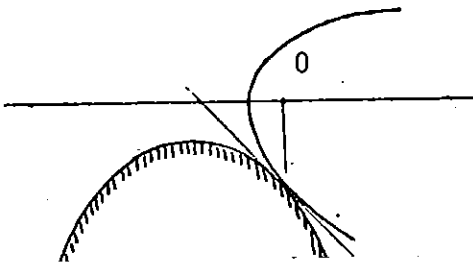
(R) Développante de cercle $\begin{cases} \rho = a/\cos u \\ \theta = \operatorname{tgu} - u \end{cases}$ (S) Développée de chaînette $\begin{cases} y = a \operatorname{ch} u \\ x = \frac{a}{4} (\operatorname{sh} 2u - 2u) \end{cases}$



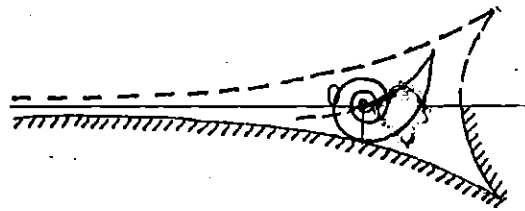
(R) Courbe : $\rho = a \cdot \cos \frac{\theta}{2}$ Ellipse $\begin{cases} y = a \cdot \cos t \\ x = 2a \cdot \sin t \end{cases}$



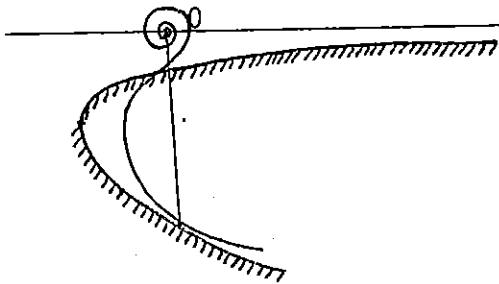
(R) Rosace $\rho = 2a \cdot \cos 2\theta$ Ellipse : $\begin{cases} y = 2a \cdot \cos t \\ x = a \sin t \end{cases}$



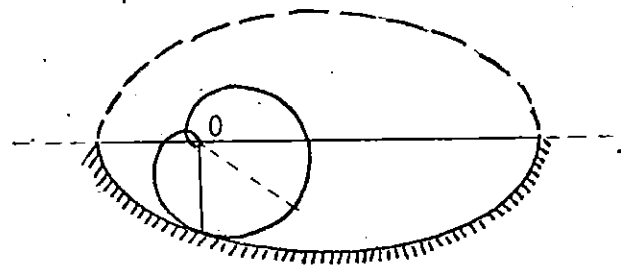
(R) Parabole $\rho = \frac{a}{\cos^2 \theta/2}$ (S) Parabole (égale) $\begin{cases} y = a(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}) \\ x = 2a \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \end{cases}$



(R) : courbe $\rho = a \sin u \cdot \cos u$ $\theta = \operatorname{tgu} - 2u$ (S) : $\begin{cases} y = a \sin u \cdot \cos u \\ x = a(\cos^2 u - \operatorname{Log} |\sin u|) \end{cases}$

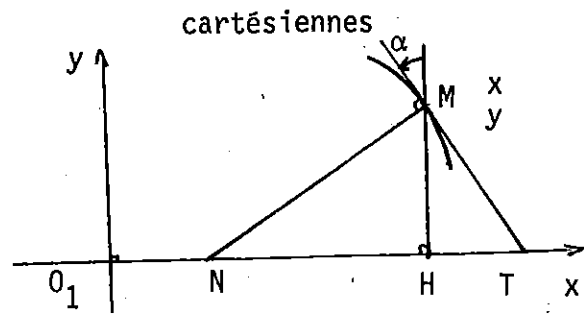
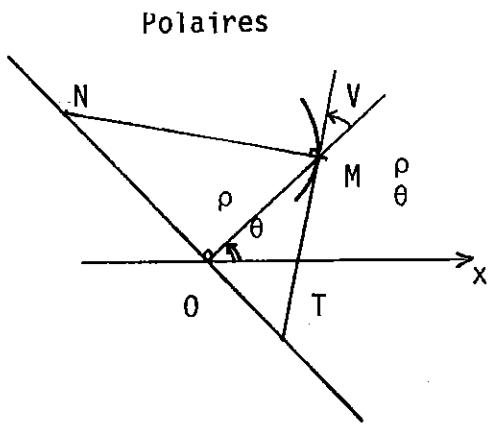


(R) Spirale : $\begin{cases} \rho = ae^{\alpha} \\ \theta = \operatorname{ch} \alpha \end{cases}$ (S) Courbe de Poursuite $\begin{cases} y = ae^{\alpha} \\ x = \frac{a}{4} [e^{2\alpha} - 2\alpha] \end{cases}$



(R) Sextique de Cayley $\rho = a \cos^3 \frac{\theta}{3}$ (S) Courbe de Ribaucour (m=3) $\begin{cases} y = a \cos^3 u \\ x = a(\sin^3 u - 3 \sin u) \end{cases}$

- Courbes définies par la constance d'un élément géométrique



Element constant en polaires	Courbe en polaires	Courbe en Cartésiennes	Elément constant en cartésiennes
Rayon vecteur ρ	Cercle : $\rho = a$	$y = a$ Droite	ordonnée $y = a$
Normale polaire MN	Cercle $\rho = a \cos \theta$	$x^2 + y^2 = a^2$ Cercle	Normale $MN = a$
Angle : V	Spirale logarithmique $\rho = ae^{k\theta}$	$y = \frac{x}{k} + b$ Droite	Angle α
Sous tangente polaire OT	Spirale hyperbolique $\rho = \frac{a}{\theta}$	Exponentielle $y = ae^{x/a}$	Sous tangente $HT = a$
Sous normale polaire ON	Spirale d'Archimède $\rho = a\theta$	Parabole $y^2 = 2ax$	Sous normale $HN = a$
Tangente polaire MT	Spirale tractrice $\rho = a \cos u$ $\theta = \text{tg } u - u$	Tractrice $\begin{cases} y = a/\text{ch } \alpha \\ x = a(\alpha - \text{th } \alpha) \end{cases}$	Tangente $MT = a$
Projection du rayon vecteur sur la normale	Droite $\rho = \frac{a}{\cos \theta}$	Chaînette $y = a \text{ ch } \frac{x}{a}$	Projection de l'ordonnée sur la normale
Projection du rayon vecteur sur la tangente	Développante de cercle $\begin{cases} \rho = \frac{a}{\cos u} \\ \theta = \text{tg } u - u \end{cases}$	Développée de chaînette $y = a \cdot \text{ch } \alpha$ $x = \frac{a}{4} [\text{sh } 2\alpha - 2\alpha]$	Projection de l'ordonnée sur la tangente
Segment : TN	Courbe : $\begin{cases} \rho = a \sin u \cos u \\ \theta = \text{tg } u - 2u \end{cases}$	Courbe : $y = a \sin u \cos u$ $x = a[\cos^2 u - \text{Log} \sin u]$	Segment : TN
Aire MTN	Courbe : $\rho = a \sqrt{\sin u \cos u}$ $\theta = \frac{1}{2} (\text{tg } u - 2u)$	Courbe : $y = a \sqrt{\sin u \cos u}$ $x = a \left[\int \frac{\sqrt{\sin u \cos u}}{2} (1 - \text{tg}^2 u) du \right]$	Aire MTN
Angle θ	$\theta = \alpha$ Droite	$x = a$ Droite // axe oy	Abcisse

Les courbes de la colonne de gauche sont des roues pour les courbes sol de la colonne de droite

- S O U R C E S -

- 1 - JP COLLETTE - Histoire des mathématiques - 2 tomes - (1979 - E.R.P)
- 2 - BECKER et HOFMANN - Histoire des mathématiques - (1956 - LAMARRE)
- 3 - BROCARD et LEMOYNE - Courbes géométriques remarquables - 3 tomes -
(A. BLANCHARD) -
- 4 - F. GOMES TEIXEIRA - Traité des courbes spéciales remarquables - 3 tomes -
(CHELSEA)
- 5 - J. LEMAIRE - Hypocycloïdes et épicycloïdes - (A. BLANCHARD)

..."Je suis en train de construire une machine à une seule roue. Sans rayons bien sûr. Une roue parfaitement carrée. Vous voyez où je veux aller n'est-ce-pas ? Je parle très sérieusement, attention, n'allez pas croire que c'est une histoire idiote pour les enfants ! Non c'est une roue, je le dis à l'Univers. Et elle est carrée"...

(Extrait d'une lettre de J. Joyce du 16 Avril 1927 à Miss WEAVER à propos de la rédaction de "Finnegan's Wake").
